

---

## Inclusión de software educativo en cálculo numérico. Algunos resultados

ASCHERI, María  
mavacheri@exactas.unlpam.edu.ar  
PIZARRO, Rubén  
ruben@exactas.unlpam.edu.ar  
ASTUDILLO, Gustavo  
GARCÍA, Pablo  
CULLA, María E.

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de La Pampa

### Resumen

En el marco de un Proyecto de Investigación, estamos elaborando un software educativo para la enseñanza y el aprendizaje de los temas *Resolución Numérica de Ecuaciones no lineales* e *Interpolación y Aproximación Polinomial y Ajuste de Curvas por Mínimos Cuadrados*.

Este recurso educativo es utilizado y evaluado en el curso de Cálculo Numérico que se dicta durante el segundo semestre de cada ciclo lectivo para las carreras de Profesorado en Matemática (3º Año), Licenciatura en Física (3º Año) e Ingeniería Civil (2º Año).

El objetivo final que se pretende alcanzar con la elaboración de este software es el de disponer de un material didáctico que colabore con el proceso de enseñanza y de aprendizaje de las temáticas mencionadas, al cual se pueda acceder libremente en un entorno Web.

En una primera etapa, se hizo un relevamiento de herramientas para desarrollo Web libres que permitieran el diseño de este nuevo software. Luego de seleccionar las herramientas para el diseño de la aplicación, elaboramos, analizamos y evaluamos un primer prototipo que evolucionó hasta convertirse en una versión para la enseñanza y el aprendizaje del tema *Resolución Numérica de Ecuaciones no lineales*.

En una segunda etapa, elaboramos, probamos y realizamos los ajustes necesarios del software educativo que incluye el tema *Interpolación y Aproximación Polinomial*.

En una tercera etapa, comenzamos a trabajar en el diseño del software educativo la parte que se refiere al tema *Ajuste de curvas por mínimos cuadrados* a través de la visualización gráfica del comportamiento de los métodos numéricos correspondientes. Esta parte se puso

---

a prueba durante el segundo semestre del ciclo lectivo 2011, además de usar todo el software desarrollado hasta el momento.

Presentamos en este trabajo, las características del software educativo diseñado para el desarrollo de algunos temas de Cálculo Numérico y los resultados obtenidos actualmente.

## Introducción

En el marco de actividades de investigación, hemos diseñado e implementado un software educativo que utilizamos como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de algunos temas de Cálculo Numérico. Simultáneamente estudiamos los resultados de su inclusión en dicha materia. Esperamos que esta herramienta guíe los aprendizajes funcionando como apoyo a la explicación del profesor y además, que se pueda acceder libremente a ella en un entorno Web. Hemos utilizado este software para la enseñanza y el aprendizaje del tema *Resolución Numérica de Ecuaciones no Lineales* (Ascheri y cols., 2009), para el tema *Interpolación y Aproximación Polinomial* y para el tema *Ajuste de curvas por mínimos cuadrados*, a través de la visualización gráfica del comportamiento de los métodos numéricos correspondientes.

Estos temas forman parte del curso de Cálculo Numérico que se dicta, entre otras, para las carreras de Profesorado de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa.

De nuestro trabajo de Investigación anterior (Pizarro y Ascheri, 2008), de la búsqueda y análisis del material disponible en línea sobre las temáticas que se abordan en un curso de Cálculo Numérico y de la identificación de aquellos contenidos que resultan de más difícil comprensión para los alumnos, surgió que en esta instancia decidiéramos incluir los temas antes señalados.

## Desarrollo

Este software educativo fue desarrollado íntegramente con software libre. Utilizamos PHP, HTML, CSS, la librería JGraph y GIMP para el diseño y edición de imágenes (en formato PNG).

En la primera etapa del Proyecto, buscamos aplicaciones destinadas a la enseñanza y el aprendizaje de los temas de Cálculo Numérico: “Resolución de ecuaciones no lineales” e “Interpolación y aproximación polinomial”. A partir de esta búsqueda, pudimos comprobar que existen, en general, un gran número de sitios que ofrecen los algoritmos implementados en diversas páginas Web con applets o animaciones que aplican los métodos para funciones fijas, muestran el desarrollo de los métodos o, simplemente, arrojan los resultados de la aplicación de un método en particular.

El desafío que nos planteábamos no se centraba únicamente en desarrollar una aplicación Web. Además, debería ser un software educativo. Considerando software educativo a toda aplicación informática que se haya diseñado intencionalmente para impactar en el proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir, tomando la definición dada por Pere Marquès (1996, pp.2): *“programas para ordenador creados con la finalidad específica de ser utilizados como medio didáctico, es decir, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje”*.

Teniendo esto como referencia, avanzamos en la selección de herramientas de libre acceso que nos permitieran hacer el desarrollo de un software libre. Esto es, *“el software libre es aquél que puede ser distribuido, modificado, copiado y usado; por lo tanto, debe venir acompañado del código fuente para hacer efectivas las libertades que lo caracterizan.”* (Culebro Juárez y cols., 2006). Algunas de estas libertades, según la Free Software Foundation, son para:

- ✓ ejecutar el programa sea cual sea nuestro propósito,
- ✓ estudiar el funcionamiento del programa y adaptarlo,
- ✓ redistribuir copias,
- ✓ mejorar el programa y luego publicarlo para el bien de toda la comunidad.

A finales del año 2008 y principios del 2009, comenzamos con la evaluación de la aplicación. Para esta primera etapa de la evaluación, utilizamos una técnica denominada *caminata cognitiva*. En ella, *“un grupo de expertos simula la manera en como un usuario caminaría por la interfaz al enfrentarse a tareas particulares.”* (Baeza Yates y Rivera Loaiza, 2002, pp.8). Esto nos permitió identificar un conjunto de fortalezas y debilidades en la aplicación desde los puntos de vista didáctico-matemático, del aprendizaje y del tratamiento del error. Para evaluar la usabilidad, es decir, la capacidad de un software de ser comprendido, aprendido y ser atractivo en condiciones específicas de uso (Wikipedia, 2009), utilizamos las heurísticas adaptadas por Instone (1997) y citadas por Baeza Yates y Rivera Loaiza (2002), algunas de ellas son:

- Control por parte del usuario y libertad.
- Prevención de errores.
- Preferencia al reconocimiento frente a la memorización.
- Flexibilidad y eficiencia de uso.
- Ayuda para que el usuario reconozca, diagnostique y se recupere de los errores.
- Ayuda y documentación.

El análisis desde el punto de vista de la usabilidad del software, nos dio como resultado un conjunto de recomendaciones que nos permitieron realizar varias mejoras al software (Ascheri y cols., 2009).

### Contenidos implementados

Luego del análisis que realizamos y hechas las modificaciones necesarias, llegamos a la versión actual del software en el cual se incluyen los siguientes contenidos:

Software educativo para la visualización gráfica del comportamiento de métodos numéricos.						
<b>Resolución de ecuaciones no lineales</b>				<b>Interpolación Polinomial</b>		<b>Ajuste de curvas</b>
Iterativo de punto fijo	Bisección	Regula falsi	Secante	Newton-Raphson	de von Mises	Mínimos cuadrados
					Fórmula de Interpolación de Newton	

Hemos programado y experimentado en el curso de Cálculo Numérico durante 2009, los contenidos que aparecen en los cuadros de color verde. Actualmente, estamos programando e implementaremos en dicha materia, los cuadros de color naranja. Para el próximo año, programaremos e implementaremos los contenidos del cuadro de color azul.

### Características del software

Al software accedemos en <http://online2.exactas.unlpam.edu.ar/numerico/>, con las próximas figuras trataremos de hacer una rápida síntesis de los resultados que ofrece el software. Así, en la *Figura 1*, vemos el primer menú que nos aparecerá al iniciar la navegación por el sitio.



Figura 1

Ingresando a la opción “**Cálculo de raíces**” aparece la ventana que nos permitirá elegir alguno de los seis métodos que implementamos para la resolución de ecuaciones no lineales.

Al seleccionar, por ejemplo, “**Método de la Secante**” aparecerá una ventana, (Figura 2), en la cual se ingresan los datos necesarios para poder implementarlo.

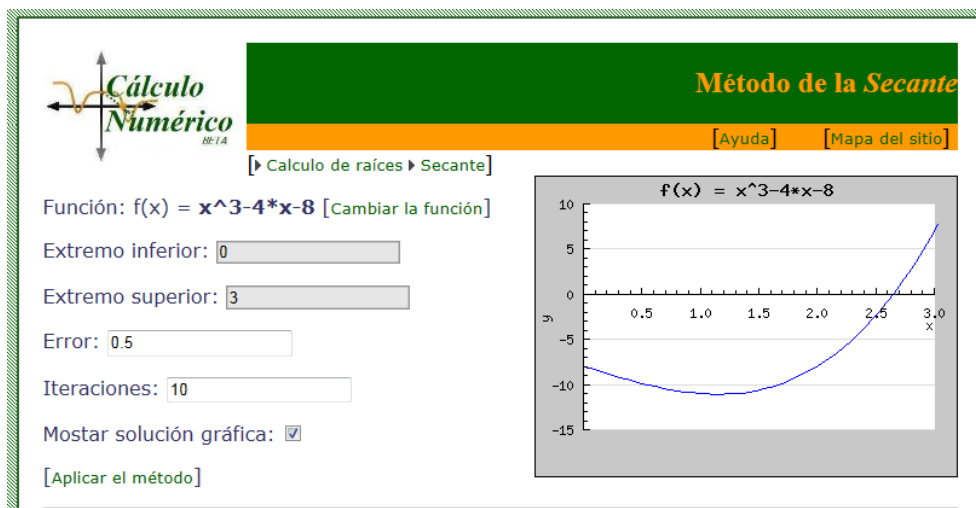


Figura 2

Al seleccionar la opción “**Aplicar el método**”, se obtienen sucesivas imágenes en las cuales se representa la gráfica de la función y las correspondientes aproximaciones a la raíz que se está buscando, obteniendo en este caso el gráfico de la Figura 3, donde se mostrarán además los datos numéricos relacionados con la resolución del problema propuesto.

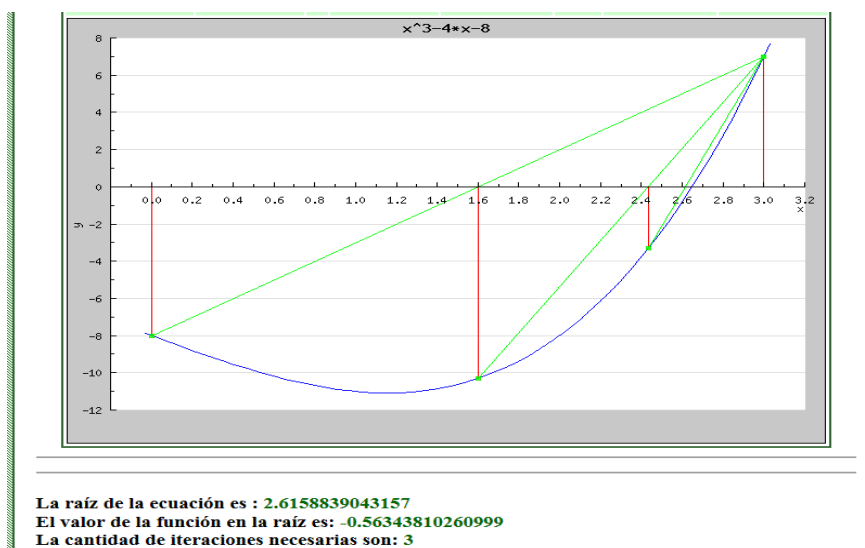


Figura 3

Si elegimos alguno de los otros métodos, el software responde de manera similar de acuerdo al problema a resolver. Ahora bien, si al iniciar el software seleccionamos la opción “**Interpolación**”, aparecerá una nueva ventana que nos permitirá elegir uno de los métodos de interpolación incluidos en el software. Al elegir “**Fórmula de Interpolación de Newton**”, e ingresando los valores requeridos obtendremos la siguiente figura:

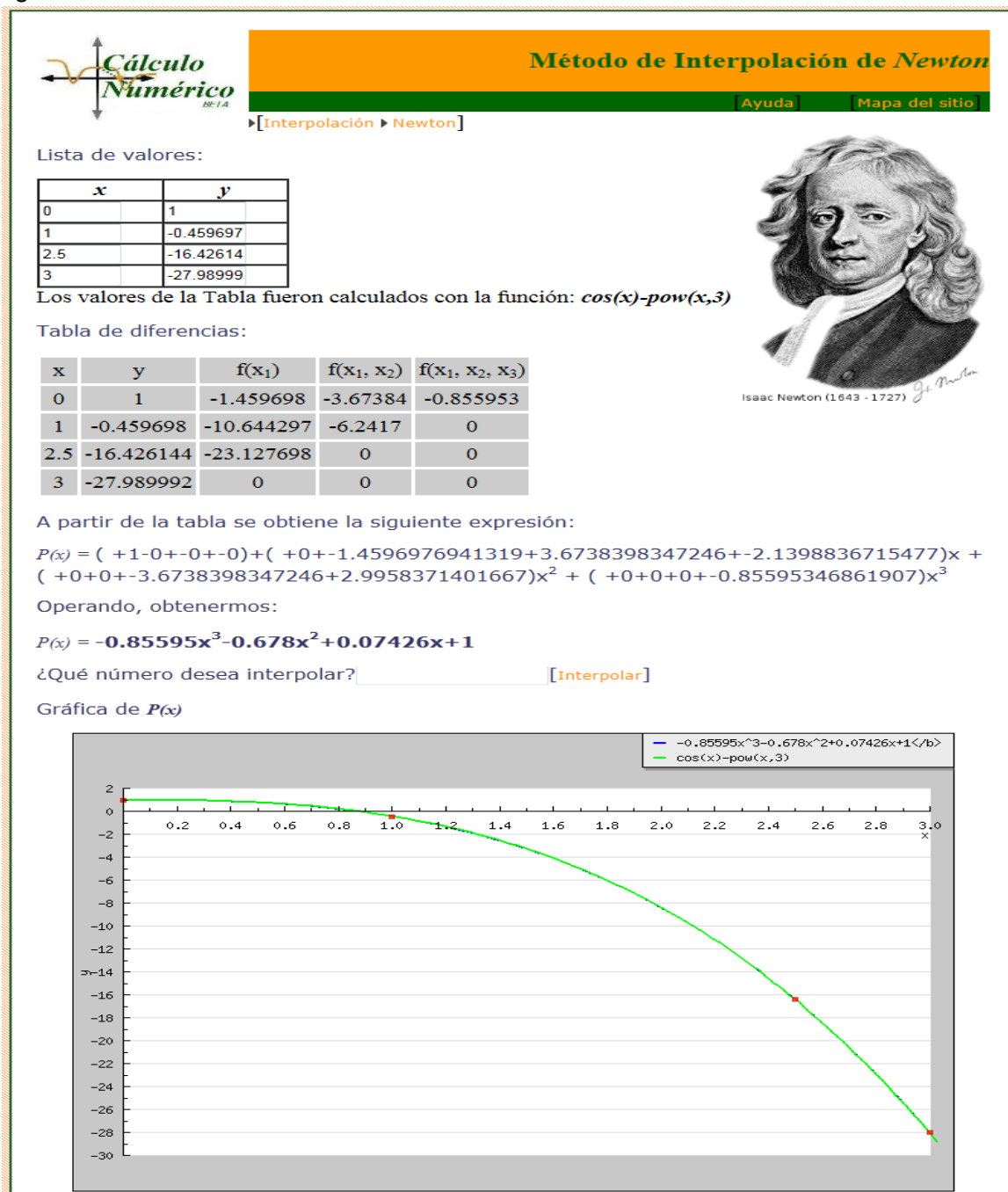


Figura 4

Cómo vemos en la Figura 4, dados los valores requeridos obtenemos la tabla de diferencias divididas, el polinomio de interpolación y su gráfica. Posteriormente podremos interpolar un valor determinado que ingresa el usuario, obteniendo no solo su valor numérico sino que se ubicará gráficamente.

### Para qué y cómo utilizamos el software

Las actividades desarrolladas en Cálculo Numérico estudian diferentes métodos numéricos para obtener soluciones aproximadas a problemas que analíticamente resulta imposible o muy complejo de resolverlo. Previo a la implementación del software educativo, durante el cursado de esta materia, los alumnos estudiaban los distintos métodos numéricos aplicando las diferentes fórmulas y elaboraban programas sencillos que resolvían numéricamente los problemas planteados. En todos los casos, advertimos, desde la cátedra, que la búsqueda de la solución esperada hacía que se perdiera de vista el funcionamiento de los métodos, su interpretación gráfica, las condiciones para su aplicación, el error cometido, etc. Esto nos motivó a que nos planteáramos diseñar un software educativo acorde a las necesidades y objetivos propuestos para el desarrollo de la materia Cálculo Numérico. Por ello, con la incorporación en la materia del software educativo que presentamos, esperamos lograr un mayor estudio de los aspectos gráficos de los diferentes métodos analizados.

Como vimos en las figuras anteriores, para aplicar los métodos numéricos es necesario considerar, entre otros, los siguientes requerimientos:

- la función a analizar,
- el valor del error con el que queremos obtener los resultados,
- la cantidad de iteraciones máximas,
- el intervalo de análisis,
- valores iniciales,
- expresiones de las derivadas.

Una vez que el usuario determine todos los datos iniciales, deberá aplicar el método. En esa instancia, verá si la respuesta obtenida es adecuada o no, de acuerdo al problema a resolver. Ahora bien, para realizar todas las acciones anteriores el usuario deberá hacer un minucioso análisis del problema a resolver y de las condiciones del método que se aplicará. Pretendemos con ello, que el alumno realice una revisión de los conceptos teóricos para confirmar por qué un método está funcionando o no, o cuál de los métodos resulta más adecuado para resolver el problema en cuestión. Por otro lado, tanto los resultados como los procedimientos intermedios para obtenerlos se representan gráficamente. Esto le permite al alumno, además de verificar los resultados finales, analizar gráficamente cómo se obtienen los mismos.

Este software es utilizado en las clases teóricas y prácticas. En estas últimas, se resuelven ejercicios de los trabajos prácticos y de las evaluaciones parciales, mientras que para el desarrollo de la teoría, se usa como herramienta pedagógica colaborativa para la interpretación geométrica de los métodos numéricos estudiados, para el planteo y desarrollo de nuevos ejemplos, entre otros.

### Resultados obtenidos

Transitando el cuarto año en el que utilizamos el software durante el curso de Cálculo Numérico, hemos obtenido información sobre el impacto del mismo en el desarrollo de las clases. Realizamos encuestas y registramos observaciones de clases, además de considerar las variaciones en los resultados obtenidos en las evaluaciones parciales.

Las encuestas se realizaron en 2009 y en 2011 con un nuevo grupo de alumnos y con el software más próximo a su versión definitiva. Del análisis de las encuestas realizadas, podemos afirmar que los alumnos, en su gran mayoría, señalan:

- *es muy positivo la inclusión del software en el desarrollo de las clases,*
- *el software facilitó la comprensión de los diferentes métodos vistos,*
- *resultó fácil comprender su funcionamiento,*
- *es muy importante poder acceder al mismo por medio de Internet, porque no tengo que instalar software adicional en mi computadora y además, lo puedo usar fuera de los horarios de cursado*
- *tienen algunos inconvenientes con la sintaxis de las funciones que deben ingresar*

Como podemos observar, las respuestas a las encuestas fueran positivas. Sin embargo, de las observaciones de las clases podemos señalar los siguientes aspectos:

- *varios alumnos afirman "...esto de las computadoras no es para mí...", al momento de tener que utilizarlas en sus actividades,*
- *la mayoría de los alumnos siguen utilizando la calculadora por sobre la computadora para la realización de cálculos,*
- *ante la posibilidad de realizar reiterados intentos con diferentes valores en el software, existe una tendencia a quedarse con el primer resultado obtenido, lo que dificulta la extracción de conclusiones.*

De las últimas encuestas se obtiene además la información de que los alumnos le dedican al software una hora en promedio para comprender su funcionamiento. Creemos que este tiempo no es suficiente para acceder a la variedad de opciones que presenta el mismo y sobre todo la posibilidad de probar con diferentes valores el software lo que garantiza la



mayor experimentación y por ende la comprensión de los métodos. Otro aspecto a corregir sería que el 40 % de los estudiantes manifestó que no utilizó el software fuera de la facultad (considerando que el 100% tiene acceso a Internet desde su casa), lo que seguramente limita las posibilidades de resolución de las guías prácticas de los ejercicios.

Por lo que expresan los alumnos en las diferentes instancias, podemos ver que si bien conocen y acuerdan con la incorporación de TIC en sus actividades de estudio, reconocen ciertas dificultades en el uso de las computadoras, en la mayoría de los casos, por no tener experiencias previas. Sólo la han utilizado en la realización de actividades complementarias u optativas. Esto coloca a las computadoras en un rol secundario y no como una herramienta de apoyo para construir sus aprendizajes.

Como integrantes de la cátedra de Cálculo Numérico y del grupo de investigación, podemos afirmar que trabajar en este software nos ha permitido incorporar herramientas de programación y contar en la actualidad con nuevas herramientas didácticas para el desarrollo de los contenidos temáticos. Continuar con el análisis de los resultados obtenidos a partir de su utilización nos permitirá arribar este año a conclusiones sobre la incorporación de este software.

## Reflexiones finales

Si bien ha sido positiva la implementación del software en el desarrollo de Cálculo Numérico, aún la utilización de las computadoras no es considerada por los alumnos como un proceso natural; siguen priorizando el uso de lápiz, papel y calculadora. Dado que esta materia se cursa en tercer año del Profesorado en Matemática, los alumnos han transcurrido al varios años en un sistema educativo en el cual, en sus actividades, mantienen tareas netamente tradicionales. La mayoría de nuestros alumnos son futuros Profesores de Matemática de Nivel Medio y encargados de incorporar nuevas formas de enseñar y aprender, por lo cual sus experiencias con la inclusión de tecnologías en sus clases (como alumnos) deberían ser más frecuentes, pudiendo de esta forma aceptar y mejorar su manejo de la computadora y de diferentes software. Actualmente, con políticas diseñadas por el Gobierno Nacional, se está priorizando la inclusión de TIC (Programa Conectar Igualdad, 2010). Esto, sin duda, demandará que los nuevos profesores estén ampliamente capacitados para poder utilizarlas. Con la concreción de experiencias como la del presente trabajo, tratamos de aportar a este objetivo.

Creemos de gran importancia investigar cuál es el impacto del uso del software en el rendimiento académico de los alumnos, por lo que incluimos también este tema entre las futuras líneas de investigación.

## Bibliografía

---

ASCHERI, M. E. et al. (2009) “Análisis de un software educativo para Cálculo Numérico” (pp. 148-158). *Memorias del VI CIEMAC*. Cartago. Costa Rica. Disponible en <http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/>

BAEZA YATES, R. Y RIVERA LOAIZA, C (2002) *Ubicuidad y Usabilidad en la Web*. Recuperado el 5/09/09, de <http://www.dcc.uchile.cl/~rbaeza/inf/usabilidad.html>

CULEBRO JUÁREZ, M. et al.(2006) *Software libre vs software propietario. Ventajas y desventajas*. México: (CC) Creative Commons. Recuperado el 16/03/09, de <http://www.softwarelibre.cl/drupal//files/32693.pdf>.

INSTONE, K. (1997) *Site Usability Evaluation – Part. 1*. Recuperado el 14 de febrero de 2009, de <http://instone.org/siteeval>.

MARQUÉS, P (1996) *El software educativo*. Universidad Autónoma de Barcelona. Recuperado el 10/01/09, de [http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques\\_software](http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software)

PIZARRO R. Y ASCHERI M. E (2008) “Diseño e implementación de un software educativo en cálculo numérico”. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*. Número 3. (pp. 39-46). Editorial: Red de Universidades Nacionales con Carreras de Informática. Disponible en <http://teyet-revista.info.unlp.edu.ar/nuevo/files/No3/TEYET3-art07.pdf>

PROGRAMA CONECTAR IGUALDAD (2010) Administración Nacional de la Seguridad Social. Argentina. Recuperado el 28 de marzo de 2010, de <http://conectarigualdad.gob.ar/>